

(第二题叙述的可能不清楚, 我不太记得他的表述了, 答案是两个不同的一维表示加两个二维表示。第五题用 χ 和平凡表示作用, 利用 g 和 g^{-1} 为 G 中的不同元素 (由于 G 为奇数阶群), 然后可能再利用一个卷积公式? 懒得看了...)

1、(10) ρ 是 G 的不可约表示, H 是 G 的正规子群, 设 $g = \sum_{h \in H}$, 证明存在 $\lambda \in \mathbb{C}$, 使得 $\rho(g) = \lambda \cdot id_V$ 。

2、(10) S_3 在以正三角形为底的三棱柱的顶点上有置换作用, 给出这个作用的不可约表示的直和分解。

3、(20) 写出 D_6 的特征标表。题目给出了共轭类, 没有给表。

4、(15) i、 (ρ, V) 是 G 的 d 维不可约复表示, 证明:

$$e = \frac{d}{G} \sum_{g \in G} \chi(g^{-1})g$$

是群代数 $\mathbb{C}[G]$ 的中心幂等元。ii、给出 $\mathbb{C}[S_3]$ 的单理想分解。

5、(15) G 是奇数阶群, χ 是 G 的某个不可约表示对应的特征标。证明 χ 的共轭表示和 χ 不等。

6、(15) i、 G 是有限群, 共轭作用 $\rho_C(g)(h) = g^{-1}hg$ 诱导了 G 的表示 ρ_C 。计算其特征标。

ii、证明特征标表的每一行的和为非负整数。

7、(15) i、叙述互反律, 不必证明;

ii、 H 是 G 的子群, $D(H)$ 表示 H 的不可约表示的最大维数。证明: $D(H) \leq D(G) \leq [G : H]D(H)$ 。