

数值分析2024-2025期末测试卷

注意事项:

1. 命题人: 吴春林、赵志勇
2. 回忆人: xzqbear
3. 考试限时: 100 分钟
4. 本次考试中文命题.
5. 考试时间: 2025 年 1 月 7 日

一、解答题

1. 完成以下小题.

- (1) 将 $(1110110101)_2$ 转换为八进制数.
- (2) 将 $(0.111)_2$ 转换为十进制小数.
- (3) 求 $x^{\frac{1}{3}}$ 的误差传播因子.

2. 完成以下小题:

- (1) 求系数 a, b 使得

$$\int_1^2 [e^x - ax - b]^2 dx$$

达到最小.

- (2) 设

$$X = \left(-1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

与函数 $f(x) = \frac{1}{3}(x - |x|)$, 求最小二乘逼近 $g(x) = a$.

- (3) 求 $\sin x$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 的一次最佳一致逼近多项式.

3. 给定如下所示的线性方程组:

$$\begin{cases} 15x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 18 \\ -18x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -28 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

- (1) 写出系数矩阵.
- (2) 求系数矩阵的 Doolittle 分解.
- (3) 用列主元消元法解方程组.

4. 设数值积分公式为:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = C(f(x_0) + f(x_1) + f(x_2))$$

请给出 C, x_0, x_1, x_2 使得该数值积分公式的代数精度达到最大, 该公式是否为 Gauss 积分公式?

5. 利用 Newton 迭代法解方程 $x^2 - a = 0$ 与 $1 - \frac{a}{x^2} = 0$.

(1) 请分别给出迭代格式 $x = \varphi_1(x)$ 和 $x = \varphi_2(x)$ 当中的 φ_1, φ_2 .

(2) 设 $e_k = x_k - \sqrt{a}$, 对 (1) 中的迭代格式计算

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e_{k+1}}{e_k^2}$$

(3) 若给定迭代格式 $x_{k+1} = c_1\varphi_1(x_k) + c_2\varphi_2(x_k)$, 试给出 c_1, c_2 使得收敛阶达到三阶.

6. 对一个复杂的单变量函数, 能否给出插值节点序列, 使得插值误差尽可能小? 给出理由.