

李代数期末测试(2024.6,时间:100分钟)

一.(20)解释:李代数,可解李代数,半单李代数,*Cartan*子代数.

二.(20)设 \mathfrak{g} 是二维非交换李代数, $\{x, y\}$ 是一组基, $[x, y] = x$.

(1)求 \mathfrak{g} 上的*Killing*型对应矩阵,并判断*Killing*型是否非退化;

(2)证明: \mathfrak{g} 是完备李代数.

三.(20)设 $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$.

(1)写出 \mathfrak{g} 的*Cartan*子代数 \mathfrak{h} ;

(2)求 \mathfrak{g} 关于 \mathfrak{h} 的根空间分解,写出根和根向量.

四.(20)设复半单李代数 \mathfrak{g} 的素根系为 $\Pi = \{\alpha_1, \alpha_2\}$,对应*Cartan*矩阵为

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

作出*Dynkin*图并求出所有正根.

五.(14)证明:不存在7维复半单李代数;8维复半单李代数一定是单的.

六.(6)求3维*Heisenberg*李代数 H_3 的导子代数 $Der(H_3)$.