

任课教师：                      学号：                      姓名：                      成绩：

草稿区

得 分

一 、（本题 15 分）用正交线性替换将二次型 $2x_1x_2 + 2x_3x_4$ 化为标准形。

得 分

二、(本题 15 分) 在  $R_3[x]$  中定义线性变换  $\mathcal{A}$ :  $\mathcal{A}(f(x)) = 2f(x+1) - xf'(x)$ ,

(1) 求  $\mathcal{A}$  在基  $1, x, x^2$  下的矩阵; (2) 求  $\mathcal{A}$  的值域与核; (3) 判断  $\mathcal{A}$  可否对角化。

得 分

三、(本题 15 分) 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 证明: 当  $n \geq 3$  时, 有  $A^n = -A^{n-2} + A^2 + E$ ,

并求  $A^{2022}$ .

得 分

四 、（本题 15 分）求直线  $\frac{x-1}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$  绕  $z$  轴旋转所得到的曲面方程。

得 分

五 、（本题 15 分）设 $A,B$ 是两个 $n \times n$ 实对称正定矩阵，证明： $AB$ 是实对称正定矩阵的充分必要条件为 $AB = BA$ 。

得 分

六、(本题 15 分) 设  $A \in R^{n \times n}$ , 令  $K_A = \{C \in R^{n \times n} | CA = AC\}$ ,  
(1) 证明:  $K_A$  是  $R^{n \times n}$  的子空间; (2) 当  $A$  与  $B$  相似时, 证明  $K_A$  与  $K_B$  同构。

得 分

七、(本题 10 分) 证明: 双曲抛物面异族直母线共面。