

任课教师：学号：姓名：成绩：

草稿区

得 分

一 、（本题 15 分）求二次型 $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4$ 的规范形，并求出符号差。

得 分

二、(本题 15 分) 设 $H = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\bar{\beta} & -\alpha \end{pmatrix} \mid \alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{C} \right\}$,

(1) 证明 H 关于矩阵加法及与实数的数乘构成 \mathbb{R} 上的线性空间;

(2) 求 H 的维数与一组基, 并求 H 中元素 $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\bar{\beta} & -\alpha \end{pmatrix}$ 在这组基下的坐标。

得 分

三、(本题 15 分) 试问矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$ 是否相似? 为什么?

得 分

四 、(本题 15 分) 求与三条直线 $l_1:\begin{cases} x=1 \\ y=z \end{cases}$, $l_2:\begin{cases} x=-1 \\ y=-z \end{cases}$, $l_3:\frac{x-2}{-3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+2}{5}$ 同时共面的直线所产生的曲面方程, 并指出是什么曲面。

得 分

五 、(本题 15 分) 设 A, B 是两个 $n \times n$ 实对称矩阵, 且满足 $AB = BA$, 证明: 存在 $n \times n$ 实可逆矩阵 T , 使 $T'AT$ 与 $T'BT$ 同时为对角矩阵。

得 分

六、(本题 15 分) 设 \mathcal{A} 为 n 维欧氏空间 V 中的对称变换, 证明: 存在实数 k_1, k_2, \dots, k_n 和 V 中的线性变换 $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_n$, 使得:

(1) $\mathcal{A} = k_1\mathcal{T}_1 + k_2\mathcal{T}_2 + \dots + k_n\mathcal{T}_n$; (2) 恒等变换 $\mathcal{E} = \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2 + \dots + \mathcal{T}_n$;

(3) 当 $i \neq j$ 时, $\mathcal{T}_i\mathcal{T}_j = \mathbf{0}$ 。

得 分

七、(本题 10 分) 证明: 双曲抛物面同族直母线异面。