

2021-2022 学年图论期末考试

李佳傲

2021.12.15

:-P

定义 1. 一维 CW 复形 G 称为图.

图论主定理

图 G 是非平凡的, 当且仅当其为 Feynman 图.

一、填空题 (3×10)

1. 8 个顶点的简单图, 不含三角形的同构类数目?
2. 完全二叉数内点, 顶点数目计算.
3. 7 个顶点, 最小度为 3, 最大度为 5, 可能简单图的最小边数.
4. 5 个顶点, 边最多的非 Hamilton 图边数.
5. K_8 , 至少去除多少边后成为 Euler 图?
6. 2021 个顶点的平面图, 边数最多为?

二、证明题

1. (12) 证明:
 - a) $\delta(G) \geq 2$, 则 G 中含圈.
 - b) $\delta(G) \geq 3$, 则 G 中含偶圈.
 - c) $\delta(G) \geq 5$, 则 G 中含两个不交偶圈.
2. (12) 证明: 奇偶点图作业法所得中国邮政员问题之边数 ε 存在上界
$$\varepsilon \leq |E(G)| + |V(G)| - 1$$
3. (12) 证明:
 - a) 考虑二部图 $G(X, Y)$, 若 $|X| > |Y|$, 则 G 不是 Hamilton 图.
 - b) 考虑三部图 $G(X, Y, Z)$, 若 $|X| > |Y| + |Z|$, 则 G 不是 Hamilton 图.
4. (12) 证明:
 - a) 若图 G 色数 $\chi(G) \geq 3$, 则 $|E(G)| \leq \frac{|V(G)|^2}{4}$.
 - b) 若图 G 色数 $\chi(G) \geq 6$, 则 G 中存在两个不交奇圈.
5. (12) 证明: 若图 G 中仅存在奇圈, 则其至多只存在一完美匹配.
6. (6) 3-正则图 G 仅存在一割边 e , 证明: 存在一完美匹配含 e .
7. (4) 一道关于平面图的题目, 记不清了. (但写出 Euler-Poincaré 公式即得 1 分)