

2016-2017 学年第二学期数学分析 3-2 期末测试

命题人：朱少红

- 1、已知 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处二阶连续可微，求极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h, h^2) - f(e^h - 1, \sin^2 h)}{h^2}$ 。
- 2、证明方程 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xz - 3yz = 0$ 在曲面 $z^2 = x + y$ 之外任何满足方程的点 (x_0, y_0) 的邻域内可以唯一确定函数 $z = z(x, y)$ ，并求隐函数 $z = z(x, y)$ 的极值。
- 3、证明 $\iint_D f(xy) dx dy = 2 \ln 3 \int_1^2 f(x) dx$ ，其中 D 为 $xy = 1$ ， $xy = 2$ ， $y = x$ ， $y = 9x$ 围成的区域。
- 4、计算 $\iint_D (y^3 + x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1) dx dy$ ，其中 D 代表 $1 \leq (x-1)^2 + y^2 \leq 4$ 与 $x^2 + y^2 \leq 1$ 围成的区域。
- 5、计算 $\iiint_V (x^2 + z^2) dx dy dz$ ，其中 V 代表 $z = x^2 + y^2$ 与 $2 - z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 围成的部分。
- 6、【此题记忆可能不准确】设函数 $f(u, t)$ 在矩形 T 内满足 $\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \geq 0$ ，记矩形 T 的边界为 Γ ， Γ 表示： $\{a \leq u \leq b, t = t_1 \text{ 或 } t_2\} \cup \{t_1 \leq t \leq t_2, u = a \text{ 或 } b\}$ 。证明： $f(u, t)$ 在 Γ 上取得最小值。